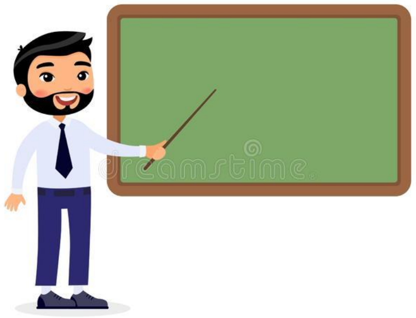
EŞİTSİZLİKLER

الأستاذ : محمد الوافي

Muhammed.Hocam

05366274379



BU KONUDA ÖĞRENECEKLERİMİZ:

- √ Basit Eşitsizlikler
- √ Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikler
- √ Eşitsizliklerin çözüm kümesini bulma ve sayı doğrusunda gösterme

Hayatımızda eşitlikler kadar **eşitsizlikler** de vardır. Hatta eşitsizlik eşitlikten daha fazla karşımıza çıkar diyebiliriz. Peki matematikte nasıl tanımlıyoruz bu eşitsizlik kavramını? Hadi öğrenelim.

EŞİTSİZLİKLER

- (büyüktür), ≥ (büyüktür veya eşittir), < (küçüktür), ≤ (küçüktür veya eşittir) sembolleri ile yazılan matematiksel ifadelere **eşitsizlik** denir

Eşitsizliklerde kullandığımız sembolleri tanıyalım:

- \> Büyüktür sembolü. Bu sembolün solundaki ifade sağındakinden büyüktür. Örnek: $5 > 3$
- < Küçüktür sembolü. Bu sembolün solundaki ifade sağındakinden küçüktür. Örnek: $1 < 7$

- ≥ Büyüktür veya eşittir sembolü.

Bu sembolün solundaki ifade sağındakinden büyük de olabilir eşit de olabilir. Örnek: $x \geq 3$ ifadesinde x sayısı 3 de olabilir 3’ten büyük de olabilir.

- ≤ Küçüktür veya eşittir sembolü.

Bu sembolün solundaki ifade sağındakinden küçük de olabilir eşit de olabilir. Örnek: $x \leq 12$ ifadesinde x sayısı 12 de olabilir 12’ten küçük de olabilir.

Aşağıdaki ifadelere uygun matematiksel ifadeleri yazalım

2 katının 4 fazlası 10 olan sayı: **$2x + 4 = 10$**

2 katının 4 fazlası 10'dan küçük olan gerçek sayılar: **$2x + 4 < 10$**

2 katının 4 fazlası 10'dan büyük olan gerçek sayılar: **$2x + 4 > 10$**

2 katının 4 fazlası 10'a eşit veya 10'dan küçük olan gerçek sayılar: **$2x + 4 \leq 10$**

2 katının 4 fazlası 10'a eşit veya 10'dan büyük olan gerçek sayılar: **$2x + 4 \geq 10$**

Yukarıdaki beş ifadeden ilki eşitliktir. Diğer dördü ise eşitsizliktir.

Aşağıdaki ifadelere uygun eşitsizlikleri yazalım.

−2 katının 5 fazlası 10’dan küçük veya 10’a eşit olan gerçek sayılar: $\mathbf{-2.x + 5 \leq 10}$

3 katının 12 eksiği, 10 katının 5 fazlasından küçük olan gerçek sayılar: $\mathbf{3.x - 12 < 10.x + 5}$

7 fazlasının 2 katı kendisinden büyük olan gerçek sayılar: $\mathbf{2.(x + 7) > x}$

Şimdi eşitsizliklerde hangi işlemleri yapabiliriz öğrenelim.

EŞİTSİZLİKLERİN ÖZELLİKLERİ

Bir eşitsizliğin her iki tarafına aynı sayı eklenir veya her iki taraftan aynı sayı çıkarılırsa eşitsizlik bozulmaz.

ÖRNEK: 13 < 14 ifadesinde eşitsizliğin;

her iki tarafına 10 eklersek: 23 < 24 olur,

her iki tarafından 10 çıkartırsak: 3 < 4 olur.

Bir eşitsizliğin her iki tarafı aynı pozitif sayı ile çarpılır veya aynı pozitif sayıya bölünürse eşitsizlik bozulmaz

ÖRNEK: 20 > 10 ifadesinde eşitsizliğin;

her iki tarafını 10 ile çarparsak: 200 > 100 olur,

her iki tarafını 10'a bölersek: 2 > 1 olur.

Bir eşitsizliğin her iki tarafı aynı **negatif sayı** ile çarpılır veya aynı negatif sayıya bölünürse eşitsizlik **yön değiştirir**. Eşitsizliğin yön değiştirmesi demek, küçüktür (<) işaretinin büyüktür (>) olması veya büyüktür (>) işaretinin küçüktür (<) işareti olması demektir. Aynı şekilde ≤ işareti ≥ işareti olur ve ≥ işareti ≤ olur.

ÖRNEK: 16 **>** 12 ifadesinde eşitsizliğin;

her iki tarafını −10 ile çarparsak eşitsizlik yön değiştirmelidir: −160 **<** −120 olur,

her iki tarafını −4'e bölersek eşitsizlik yön değiştirmelidir: −4 **<** −3 olur.

Gördüğümüz gibi yaptığımız işlemler sonunda elde ettiğimiz eşitsizlik doğru bir eşitsizliktir

BİRİNCİ DERECEDEN BİR BİLİNMEYENLİ EŞİTSİZLİKLER

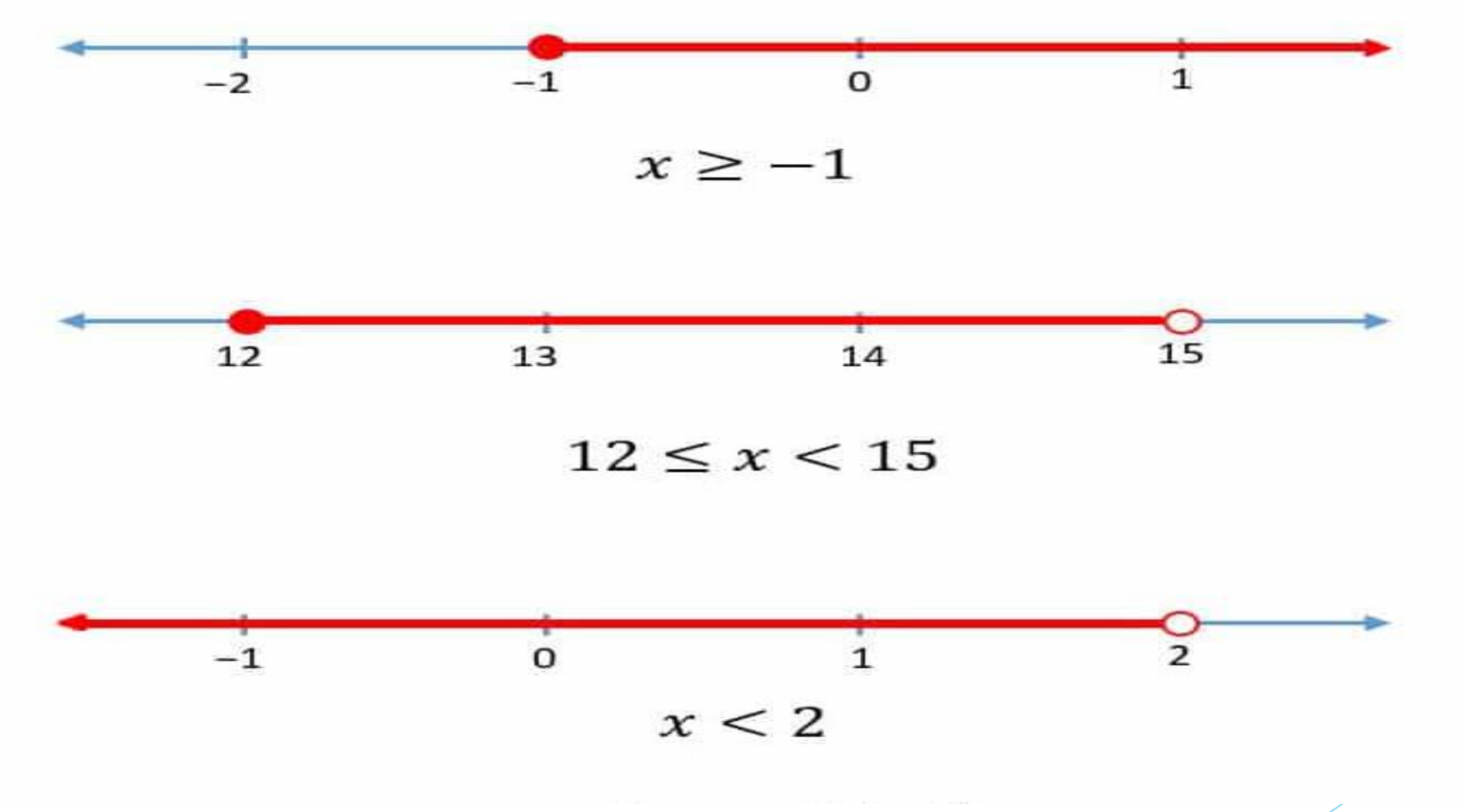
$a, b \in R$ ve $a \neq 0$ olmak üzere,
$ax + b > 0$
$ax + b \geq 0$
$ax + b < 0$
$ax + b \leq 0$ biçiminde yazılabilen cebirsel ifadelere, **birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlik** denir.

EŞİTSİZLİKLERİN ÇÖZÜM KÜMESİNİ BULMA VE SAYI DOĞRUSUNDA GÖSTERME

Eşitsizlikleri çözerken esasında denklemleri çözer gibi çözeriz yani bilinmeyeni eşitsizliğin bir tarafında **yalnız bırakırız**. Bu durumu oluştururken de yukarıda öğrendiğimiz özellikleri kullanırız. Birinci derece denklemlerin çözüm kümesinde bir sayı bulunurken birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümesi ise bir sayı değil **bir aralık**tır.

Eşitsizliğin çözüm kümesini sayı doğrusunda gösterirken “≤ veya ≥” sembollerinde başlangıç noktasının içi dolu, “< veya >” sembollerinde başlangıç noktası çözüm kümesine dahil olmadığından içi boş olur.

Aşağıda bazı eşitsizliklerin sayı doğrusu üzerinde gösterimi verilmiştir.



ÖRNEK: $2x + 3 > 11$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım ve sayı doğrusunda gösterelim.

x'i yalnız bırakmak için önce her iki taraftan 3 çıkartılır.

$2x + 3 - \mathit{3} > 11 - \mathit{3}$

$2x > 8$

her iki taraf 2'ye bölünür.

$x > 4$

Çözüm kümesini sayı doğrusunda gösterirken sayı doğrusunda 4'ten büyük olan kısım işaretlenir. −4 sayısı çözüm kümesine dahil olmadığı için içi boş bırakılır.

ÖRNEK: $40 - x \leq 50$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım ve sayı doğrusunda gösterelim.

$40 - x - 40 \leq 50 - 40$

$-x \leq 10$

eşitsizliğin her iki tarafı -1 ile çarpılır. Negatif sayı ile çarptığımız için aradaki işaretin yön değiştirdiğini unutmayalım.

$-x \cdot -1 \leq 10 \cdot -1$

$x \geq -10$

Çözüm kümesini sayı doğrusunda gösterirken sayı doğrusunda −10 ve −10'dan büyük olan kısım işaretlenir. −10 sayısı çözüm kümesine dahil olduğu için bu sayı da işaretlenir.

Dinlediğiniz için teşekkür ederim.