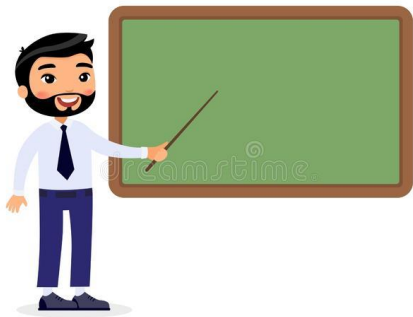


ÜÇGENLERDE EŞLİK VE BENZERLİK

الأستاذ : محمد الوافي

Muhammed.Hocam



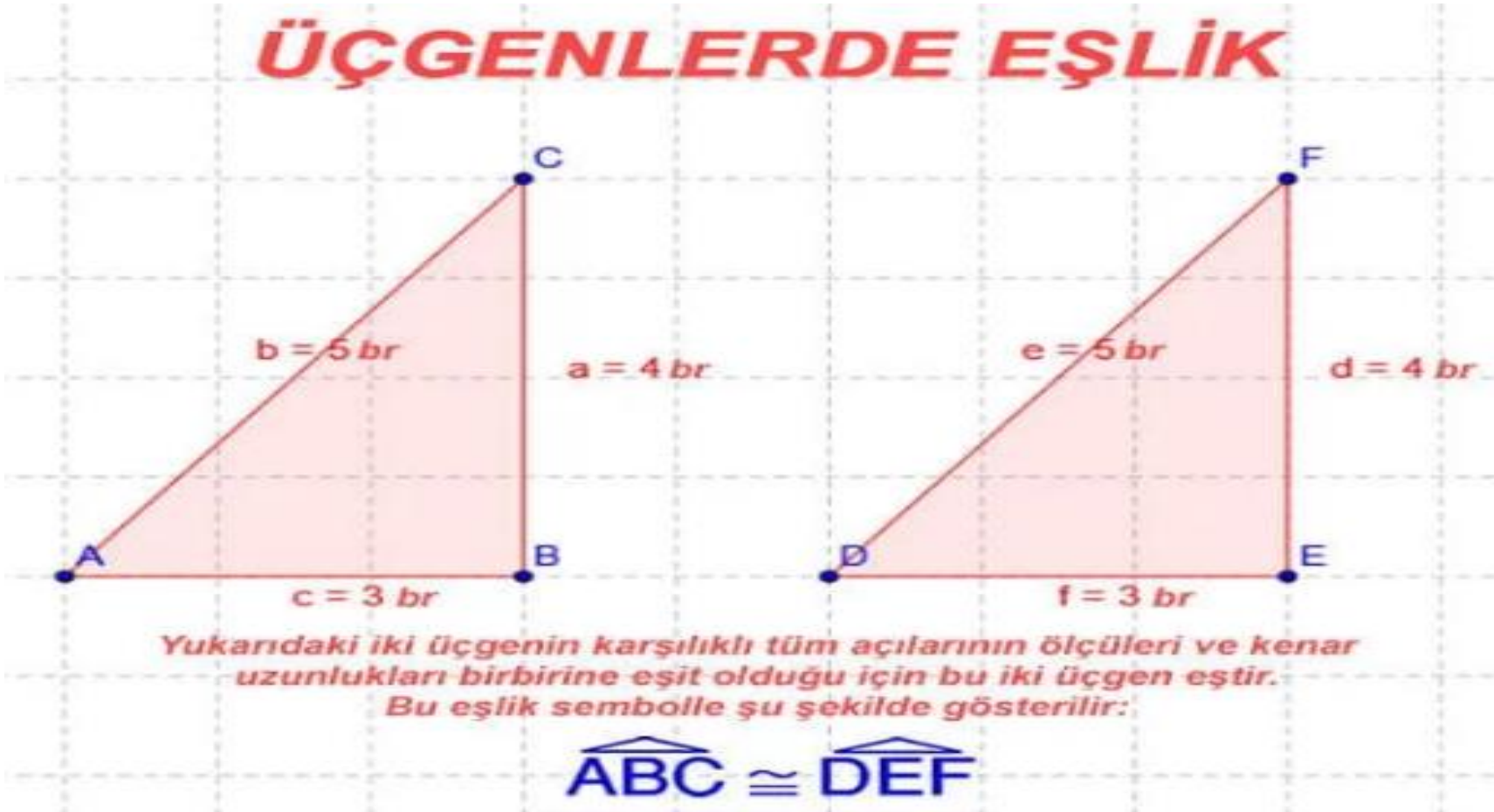
05366274379

BU KONUDA ÖĞRENECEKLERİMİZ:

- ▶ *✓ Üçgenlerde Eşlik Nedir?*
- ▶ *✓ Üçgenlerde Benzerlik Nedir?*
- ▶ *✓ Üçgenlerde Eşlik Şartları*
- ▶ *✓ Üçgenlerde Benzerlik Şartları*

ÜÇGENLERDE EŞLİK

- ▶ # İki üçgenin karşılıklı kenarının uzunlukları ve açılarının ölçüleri birbirine eşit ise bu üçgenler **eş üçgenlerdir**.
- ▶ # İki üçgenin eşliği " \cong " sembolü ile gösterilir. Sembolle gösterirken eş olan açılar aynı sırada yazılmalıdır.



ÜÇGENLERDE EŞLİK ŞARTLARI

İki üçgenin karşılıklı tüm kenarlarının uzunlukları ve tüm açılarının ölçüleri eşitse bu iki üçgen eştir.

Ancak iki üçgenin tüm kenarları ve tüm açıları her zaman verilmeyebilir. Böyle durumlarda bu kısıtlı verilere bakarak da biz iki üçgenin eş olup olmadığına kanaat getirebiliriz.

Bunun için aşağıdaki eşlik şartlarını kullanırız.

Eğer iki üçgen arasında bu şartlardan biri sağlanıyorsa bu iki üçgen eştir diyebiliriz

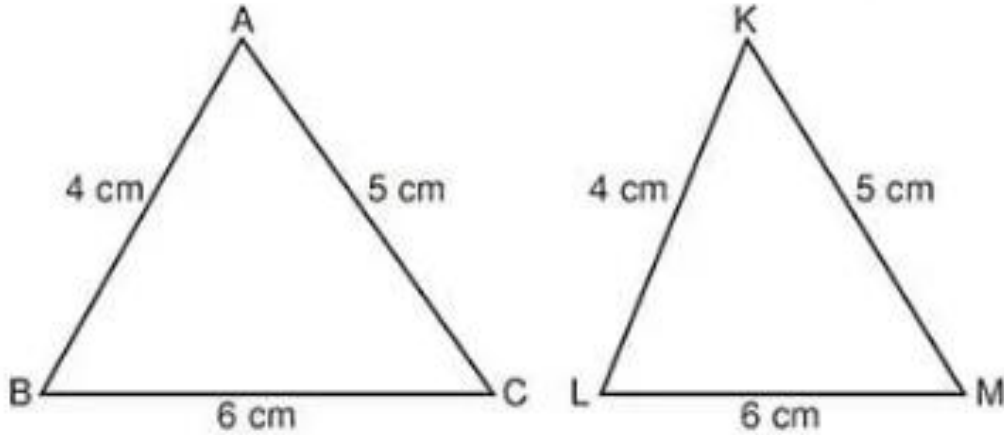
- ▶ 1) Kenar – Kenar – Kenar Eşlik Şartı (KKK)
- ▶ 2) Kenar – Açı – Kenar Eşlik Şartı (KAK)
- ▶ 3) Açı – Kenar – Açı Eşlik Şartı (AKA)
- ▶ 4) Kenar – Açı – Açı Eşlik Şartı (KAA)

1) Kenar - Kenar - Kenar Eşlik Şartı (KKK)

İki üçgen arasında birebir eşleme yapıldığında karşılıklı **tüm kenar uzunlukları eşit ise** bu üçgenler eş üçgenlerdir. Buna; Kenar - Kenar - Kenar (KKK) eşlik şartı denir.

► **ÖRNEK:** Aşağıdaki iki üçgen Kenar-Kenar-Kenar eşlik şartına göre eştir.

Kenar - Kenar - Kenar (KKK) Eşlik Şartı

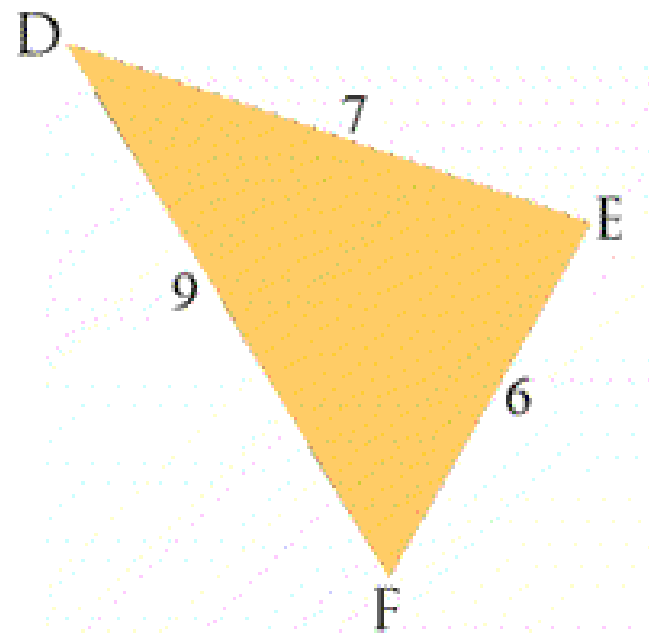
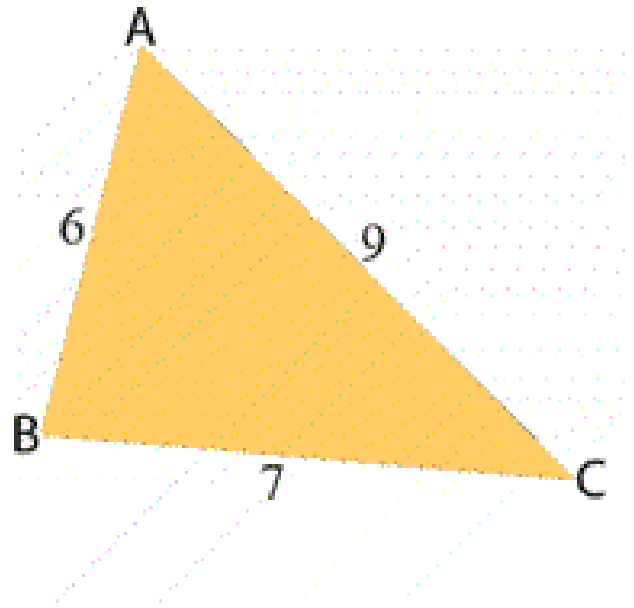


$$|AB| = |KL| = 4 \text{ cm}$$

$$|AC| = |KM| = 5 \text{ cm}$$

$$|BC| = |LM| = 6 \text{ cm}$$

$$\widehat{ABC} \cong \widehat{KLM}$$

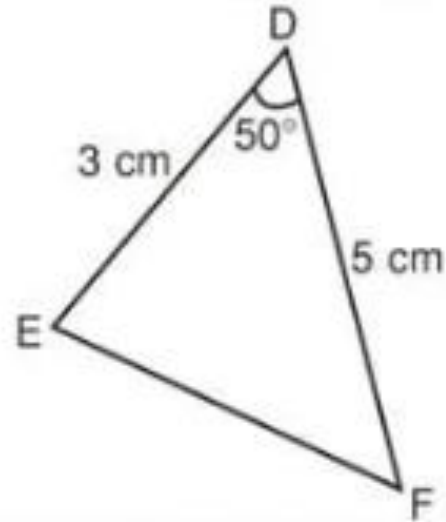
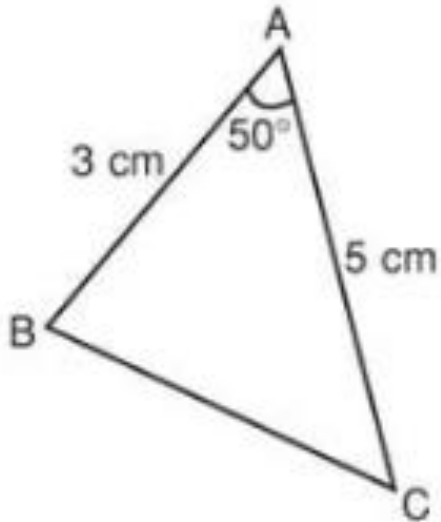


2) Kenar - Açık - Kenar Eşlik Şartı (KAK)

İki üçgen arasında birebir eşleme yapıldığında **ikişer kenar uzunlukları ve bu iki kenar arasında kalan açılarının ölçüleri eşit** ise bu üçgenler eş üçgenlerdir. Buna; Kenar - Açık - Kenar (KAK) eşlik şartı denir.

- **ÖRNEK:** Aşağıdaki iki üçgen Kenar-Açık-Kenar eşlik şartına göre eştir.

Kenar - Açık - Kenar (KAK) Eşlik Şartı

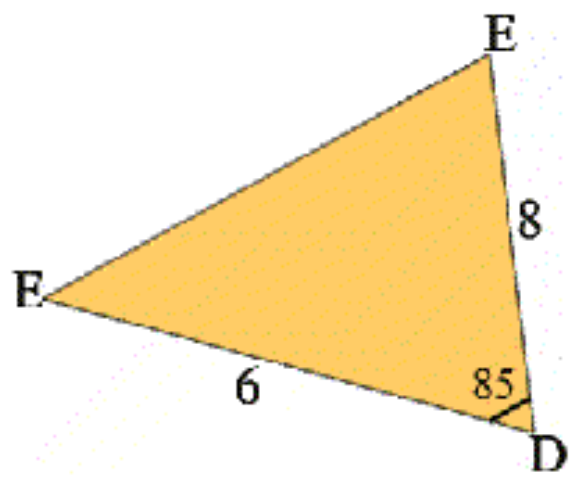
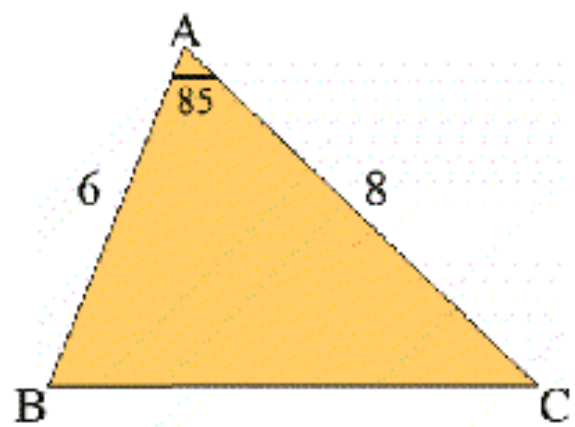


$$|AB| = |DE| = 3 \text{ cm}$$

$$|AC| = |DF| = 5 \text{ cm}$$

$$s(\widehat{A}) = s(\widehat{D}) = 50^\circ$$

$$\widehat{ABC} \cong \widehat{DEF}$$

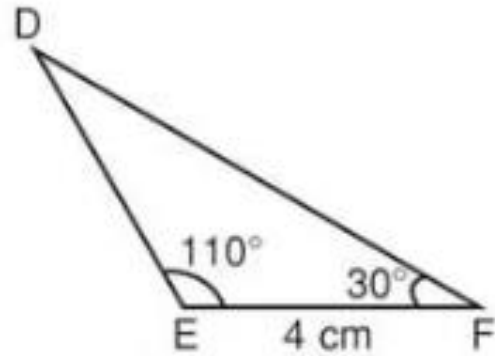
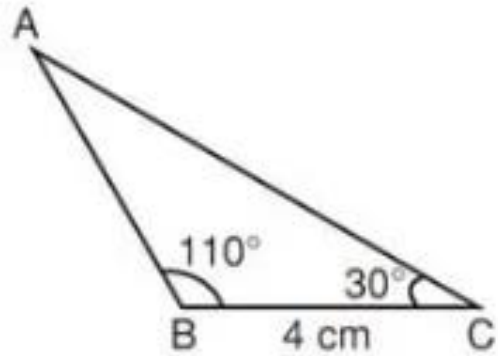


3) Aç - Kenar - Aç Eşlik Şartı (AKA)

İki üçgen arasında birebir eşleme yapıldığında **ikişer açılarının ölçüleri ve bu iki açı arasında kalan kenar uzunlukları eşitse** bu üçgenler eş üçgenlerdir. Buna; Aç - Kenar - Aç (AKA) eşlik şartı denir.

- **ÖRNEK:** Aşağıdaki iki üçgen Aç-Kenar-Aç eşlik şartına göre eştir.

Aç - Kenar - Aç (AKA) Eşlik Şartı

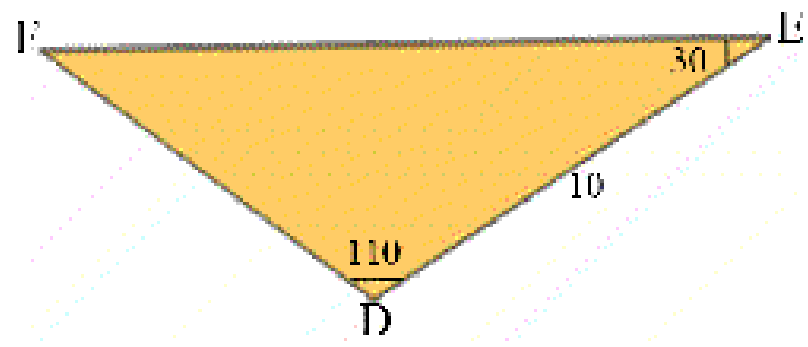
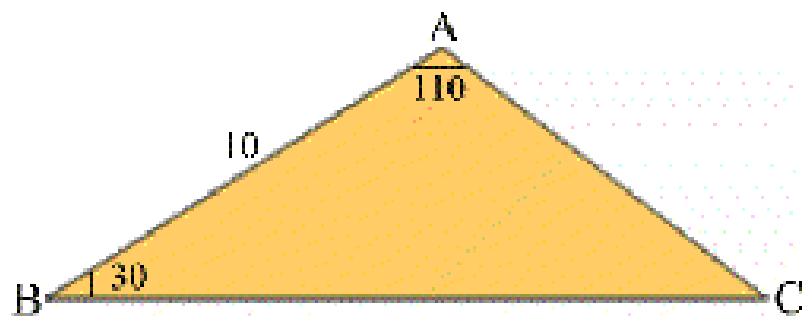


$$s(\widehat{B}) = s(\widehat{E}) = 110^\circ$$

$$|BC| = |EF| = 4 \text{ cm}$$

$$s(\widehat{C}) = s(\widehat{F}) = 30^\circ$$

$$\widehat{ABC} \cong \widehat{DEF}$$

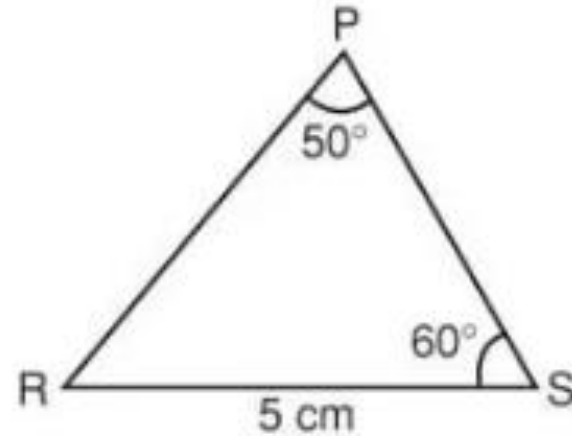
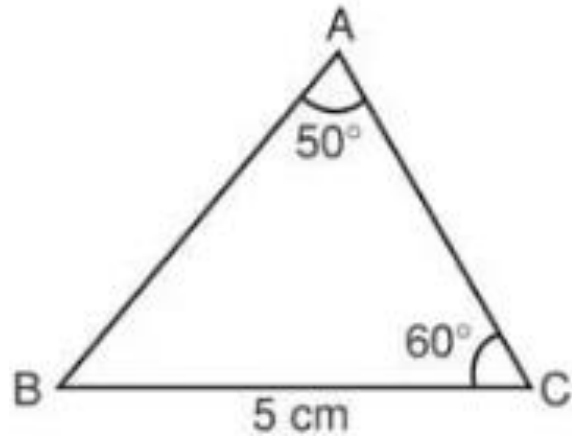


4) Kenar - Açı - Açı Eşlik Şartı (KAA)

İki üçgen arasında birebir eşleme yapıldığında **ikişer açılarının ölçüleri ve bu açılardan herhangi birinin karşısındaki kenarın uzunlukları eşitse** bu üçgenler eş üçgenlerdir. Buna; Kenar - Açı - Açı (KAA) eşlik şartı denir.

► **ÖRNEK:** Aşağıdaki iki üçgen Kenar-Açı-Açı eşlik şartına göre eştir.

Kenar - Açı - Açı (KAA) Eşlik Şartı

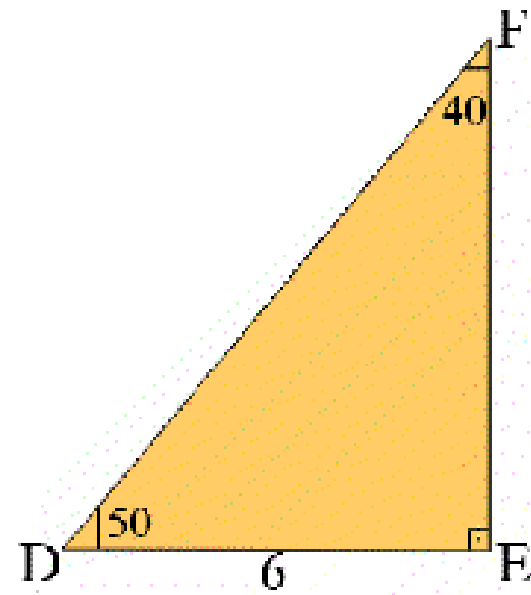
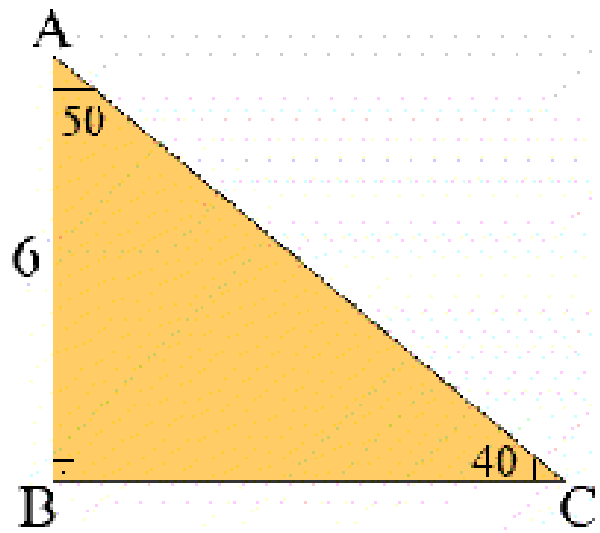


$$s(\widehat{A}) = s(\widehat{P}) = 50^\circ$$

$$s(\widehat{C}) = s(\widehat{S}) = 60^\circ$$

$$|BC| = |RS| = 5 \text{ cm}$$

$$\widehat{ABC} \cong \widehat{PRS}$$



ÜÇGENLERDE BENZERLİK

- ▶ # İki üçgenin karşılıklı **açılarının** ölçüleri birbirine **eşit** ve karşılıklı kenarlarının **uzunlukları orantılı** ise bu üçgenler **benzer üçgenlerdir**.

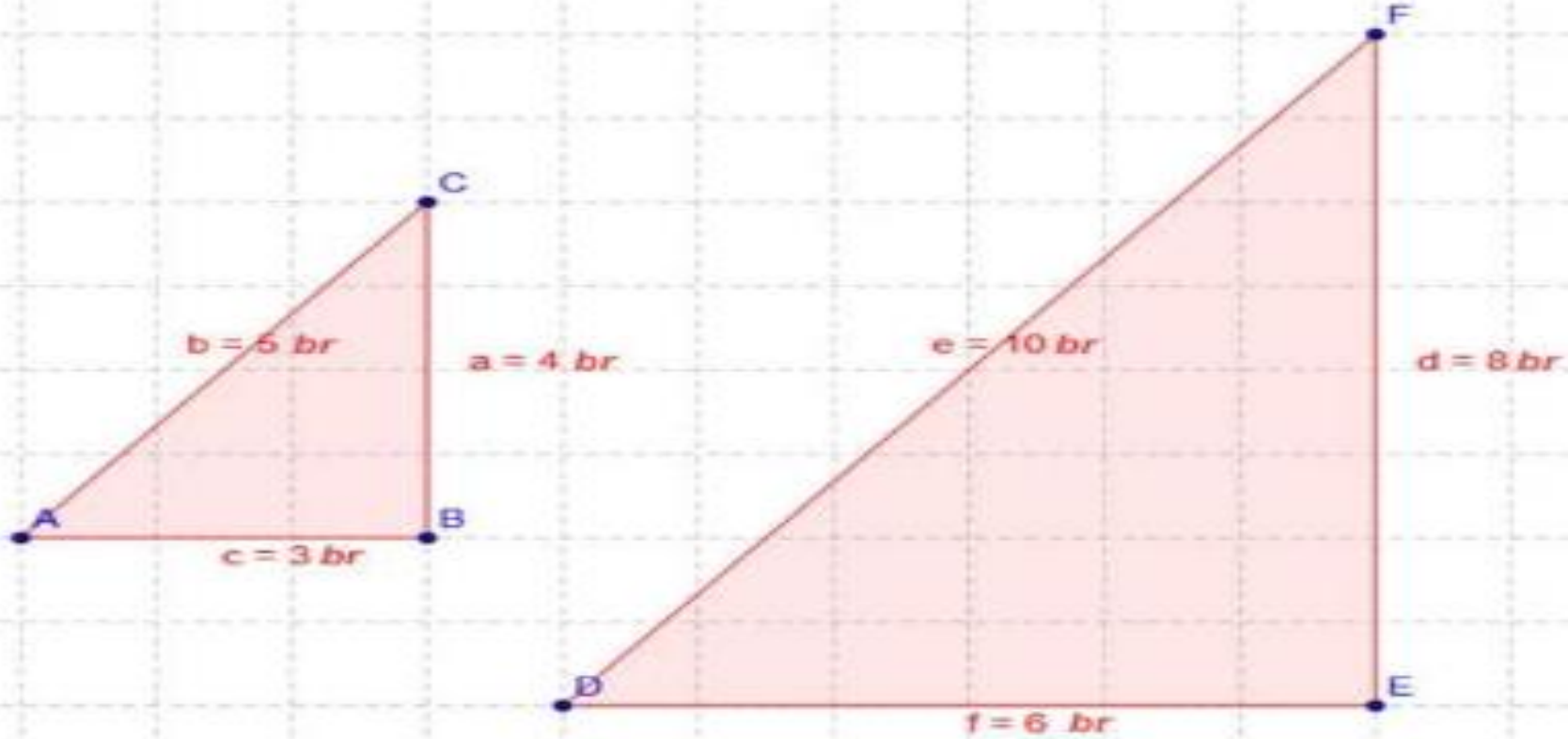
açılarının eşit + uzunlukları orantılı

- ▶ # İki üçgenin benzerliği "**~**" sembolü ile gösterilir. Sembolle gösterirken eş olan açılar aynı sırada yazılmalıdır.

- ▶ # Benzer iki üçgende karşılıklı **kenarları oranlarsak** bu oranlar bir sayıya eşit olur.

Bu sayıya **benzerlik oranı** denir. Genelde **k** harfi ile gösterilir.

ÜÇGENLERDE BENZERLİK



Yukarıdaki iki üçgenin karşılıklı tüm açılarının ölçüleri eşit ve eş açılardan karşılardaki kenar uzunlukları orantılı olduğu için bu iki üçgen benzerdir. Bu benzerlik sembolle şu şekilde gösterilir:

$$\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$$

Bu benzer üçgenlerin karşılıklı kenar uzunluklarını oranlarsak:

$$\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|BC|}{|EF|} = \frac{|AC|}{|DF|} = k$$

olur. Buradaki " k " sayısına benzerlik oranı denir.

ÜÇGENLERDE BENZERLİK ŞARTLARI

İki üçgenin tüm kenarları ve tüm açıları her zaman verilmeyebilir.

Böyle durumlarda bu kısıtlı verilere bakarak da biz iki üçgenin benzer olup olmadığına kanaat getirebiliriz.

Bunun için aşağıdaki benzerlik şartlarını kullanırız. Eğer iki üçgen arasında bu şartlardan **biri** sağlanıyorsa bu iki üçgen benzerdir diyebiliriz.

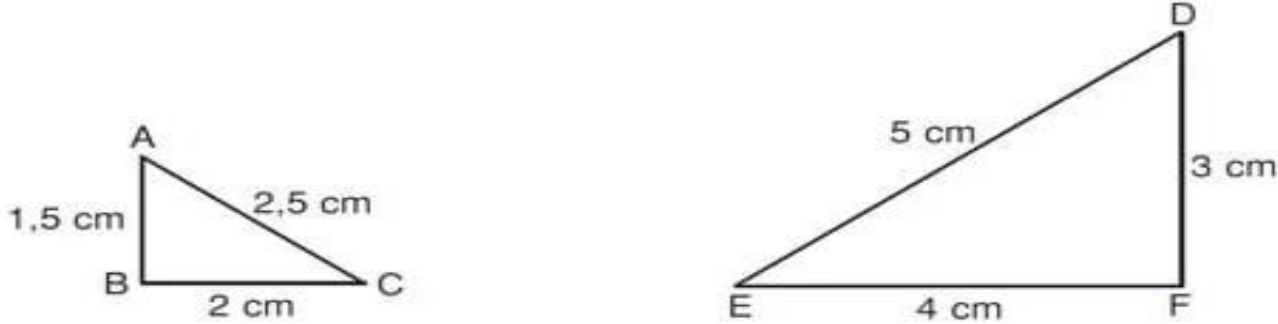
- ▶ **1) Kenar – Kenar – Kenar Benzerlik Şartı (KKK)**
- ▶ **2) Kenar – Açı – Kenar Benzerlik Şartı (KAK)**
- ▶ **3) Açı – Açı Benzerlik Şartı (AA)**

1) Kenar - Kenar - Kenar Benzerlik Şartı (KKK)

İki üçgen arasında birebir eşleme yapıldığında karşılıklı **kenar uzunluklarının oranı birbirine eşit ise** bu üçgenler benzer üçgenlerdir. Buna; Kenar - Kenar - Kenar (KKK) benzerlik şartı denir.

- **ÖRNEK:** Aşağıdaki iki üçgen Kenar-Kenar-Kenar benzerlik şartına göre benzerdir.

Kenar - Kenar - Kenar (KKK) Benzerlik Şartı



KKK kuralına göre aynı yöndeki kenar uzunluklarını birbirine oranlayalım:

$$\frac{AB}{DF} = \frac{1,5}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{BC}{EF} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{AC}{DE} = \frac{2,5}{5} = \frac{1}{2}$$

Üçgenlerin kenar uzunluklarının birbirine oranı eşittir.

ABC üçgeni DEF üçgeninin $\frac{1}{2}$ oranında küçültülmüş şeklidir.

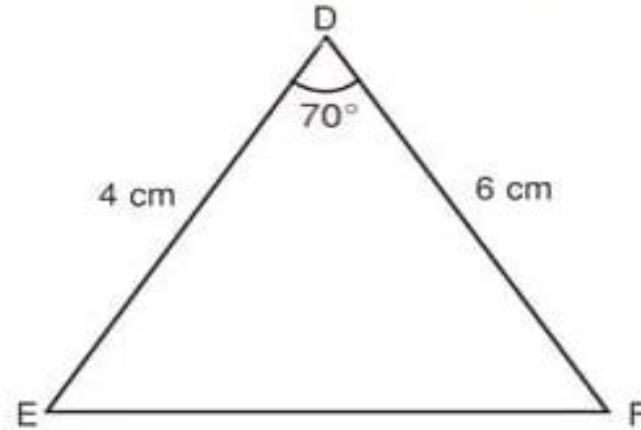
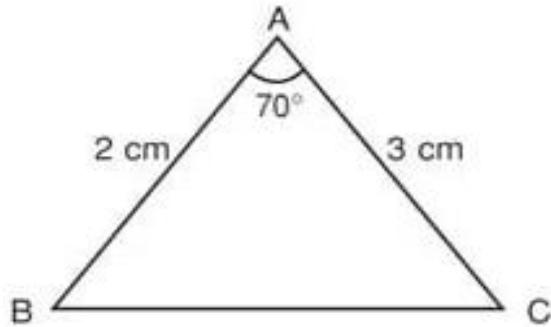
Buna göre $\widehat{ABC} \sim \widehat{DFE}$ olur.

2) Kenar – Açı – Kenar Benzerlik Şartı (KAK)

İki üçgen arasında birebir eşleme yapıldığında **karşılıklı ikişer kenar uzunluklarının oranı ve bu iki kenar arasında kalan açılarının ölçüleri birbirine eşit ise** bu üçgenler benzerdir üçgenlerdir. Buna; Kenar – Açı – Kenar (KAK) benzerlik şartı denir.

ÖRNEK

Kenar - Açı - Kenar (KAK) Benzerlik Şartı



$$s(\widehat{A}) = s(\widehat{D}) = 70^\circ, \quad \frac{|AB|}{|DE|} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad \text{ve} \quad \frac{|AC|}{|DF|} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ dir.}$$

ABC ve DEF üçgenlerinin karşılıklı kenarların arasında kalan açılarının ölçüleri birbirine eşittir. Üçgenlerin açılarını oluşturan kenarları da orantılıdır.

Kenar - Açı - Kenar (KAK) kuralına göre $\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$ dir.

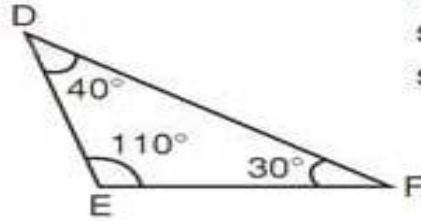
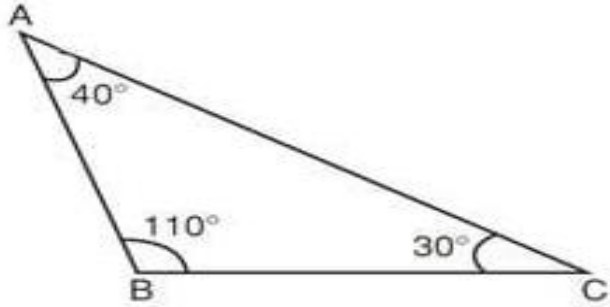
3) Açı - Açı Benzerlik Şartı (AA)

İki üçgen arasında birebir eşleme yapıldığında **karşılıklı iki açılarının ölçüleri birbirine eşit ise** bu üçgenler benzer üçgenlerdir.

Buna; Açı - Açı (AA) benzerlik şartı denir. İki açılar eş olduğu için üçüncü açılar da eştir. Bu yüzden bu şarta Açı - Açı - Açı (AAA) benzerlik şartı da denilebilir.

- **ÖRNEK:** Aşağıdaki iki üçgen Açı-Açı benzerlik şartına göre benzerdir.

Açı - Açı (AA) Benzerlik Şartı



$$s(\widehat{A}) = 180^\circ - (110^\circ + 30^\circ)$$

$$s(\widehat{A}) = 40^\circ$$

$$s(\widehat{D}) = 180^\circ - (110^\circ + 30^\circ)$$

$$s(\widehat{D}) = 40^\circ$$

ABC ve DEF üçgenlerinin, karşılıklı açılarının ölçüleri eşit olmasına rağmen eş olmadıklarını görüyoruz. İki üçgenin karşılıklı kenar uzunlukları farklı fakat oranları birbirine eşittir. Üçgenlerin kenar uzunluklarını ölçerek birbirine oranlarsak,

$$\frac{DE}{AB} = \frac{DF}{AC} = \frac{EF}{BC} \text{ olduğunu görürüz. Buradan AA kuralına göre ABC üçgeni ile DEF üçgeni birbiri-}$$

ne benzerdir. Bunu, $\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$ şeklinde sembolle yazabiliriz.

EŞLİK VE BENZERLİK İLE İLGİLİ

- ▶ # Her eş üçgen aynı zamanda benzerdir, ancak her benzer üçgen eş olmak zorunda değildir.
- ▶ # Eş üçgenler benzerlik oranı 1 olan benzer üçgenlerdir.
- ▶ # İki üçgenin benzerlik oranı k ise çevreleri oranı da k 'dır.
- ▶ # İki üçgenin benzerlik oranı k ise karşılıklı yükseklikleri, açıortayları, kenarortayları oranı da k 'dır.
- ▶ # İki üçgenin benzerlik oranı k ise alanları oranı da k^2 'dir.

Dinlediđiniz için teŝekkür ederim.